

# 1ο φύλλο ασκήσεων.

1) Υποθέστε ότι όλη η μάζα στο Σύμπαν μετατρέπεται σε ακτινοβολία μέλανος σώματος. Θεωρείστε ότι η πυκνότητα μάζας είναι  $\rho_0 = 42 \times 10^{-28} \text{ kg m}^{-3}$ . Σε ποιο τμήμα του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος περιμένετε το μέγιστο αυτής της ακτινοβολίας;

2) Χρησιμοποιείστε τη μετρίκη των Robertson-Walker και δείξτε ότι η επιφάνεια μιας σφαίρας με κέντρο "εμείς", που διέρχεται από σημείο με comoving συντεταγμένη  $r_0$  είναι ίση με  $4\pi [R(t)r_0]^2$ .

3) Στην περίπτωση Σύμπαντος με μάζα, ακτινοβολία και  $\Lambda$ , η εξίσωση του Friedmann γράφεται ως εξής:

$$H^2 - \frac{8\pi G}{3} (\rho_{\text{mat}} + \rho_{\text{rad}} + \rho_{\Lambda}) = -\frac{kc^2}{R^2}$$
 . Χρησιμοποιείστε την, καθώς και την εξίσωση ρευστού, για να δείξετε ότι:

$$\ddot{R} = -\left(\frac{4\pi G}{3}\right) \left[ \rho_{\text{mat}} + \rho_{\text{rad}} + \rho_{\Lambda} + 3 \frac{(\rho_{\text{rad}} + p_{\Lambda})}{c^2} \right] R .$$

4) Δείξτε ότι:  $q(t) = \frac{1}{2} \rho_{\text{mat}}(t) + \rho_{\text{rad}}(t) - \rho_{\Lambda}(t)$ .