

## Ρω = 0 Φυλάδιο ασυμπτω.

1] Χρησιμοποιείστε την μετρική των Robertson-Walker και δείξτε ότι η επιφάνεια μιας σφαίρας με κέντρο των αρχών των αξόνων, που διέρχεται στο σημείο με comoving συντεταγμένη  $r_0$  είναι ίση με  $4\pi [R(t)r_0]^2$ .

2] Θεωρείστε το μοντέλο "οριζών" ( $P = \phi$ ) για το Λύμπαν και δείξτε ότι:  $\dot{R}(t) = \frac{P(t)}{E_c(t)} = 1 + \frac{kc^2}{(dR/dt)^2}$ . Δείξτε επίσης  $dR/dt \rightarrow \infty$  στο όριο  $t \rightarrow \phi$ . Τι συμπέρασμα βγαίνει για τη γεωμετρία του Λύμπαντος στα πρώτα στάδια της εξέλιξής του;

3] Θεωρείστε το μοντέλο "οριζών" για το Λύμπαν και δείξτε ότι:  $\frac{1}{R} - 1 = \left(\frac{1}{R_0} - 1\right) (1+z)^{-1}$ . Τι συμβαίνει καθώς το  $z$  αυξάνεται;

4] Θεωρείστε το μοντέλο "οριζών" για το Λύμπαν κι δείξτε ότι:  $q(t) = \frac{1}{2} \dot{R}(t)$ .

5] Δείξτε ότι, στην περίπτωση Λύμπαντος με μάζα, απαιροβγία και  $\Lambda$ ,  $q(t) = \frac{1}{2} \dot{E}_{mat}(t) + \dot{E}_{rad}(t) - \dot{R}_\Lambda(t)$ .

6] Δείξτε ότι, στην περίπτωση Λύμπαντος με μάζα, απαιροβγία και  $\Lambda$ :

$$\ddot{R} = - \left( \frac{4\pi G}{3} \right) \left[ E_{mat} + E_{rad} + \rho_\Lambda + 3 \frac{(P_{rad} + P_\Lambda)}{c^2} \right] R.$$