5ο Φυλλάδιο Ασκήσεων.

(1). Θεωρείστε Σύμπαν μόνο με μάζα. Δείξτε ότι η απόσταση του ορίζοντα σωματιδίων, ως συνάρτηση του z δίνεται από τη σχέση:

$$d_h(z)=\frac{c}{H_0(1+z)\sqrt{\Omega_0-1}}\cos^{-1}\left[1-\frac{2(\Omega_0-1)}{\Omega_0(1+z)}\right]$$

(Δίνεται ότι: $\int\frac{dx}{\sqrt{bx-ax^2}}=\frac{1}{\sqrt{a}}\left[\cos^{-1}\left(1-\frac{2ax}{b}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$.

(2). Θεωρείστε Σύμπαν που περιέχει μόνο μάζα, και είναι επίπεδο. Γι' αυτό το Σύμπαν ισχύει ότι: $R(t)=(t/t_0)^{2/3}$ (ΔΕΝ χρειάζεται να το δείξετε αυτό). Έστω φωτόνιο που εκπέμπεται τη χρονική στιγμή $t=\phi$ & ανιχνεύεται από μας όταν $t=t_0$. Δείξτε ότι η απόσταση του φωτονίου, ως συνάρτηση του χρόνου, από μας δίνεται από τη σχέση: $d_p(t)=3ct_0\left[\left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3}-\left(\frac{t}{t_0}\right)\right]$.

Βρείτε τη μέγιστη απόσταση από μας, καθώς & τη χρονική στιγμή (t/t_0) που το φωτόνιο βρίσκεται σ' αυτή την απόσταση. Σχολιάστε την απάντησή σας.

(3) Θεωρείστε Σύμπαν που περιέχει μόνο μάζα, και είναι επίπεδο. Δείξτε ότι: $r_0(z)=\frac{2c}{H_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+z}}\right)$. Βρείτε μία σχέση για την πραγματική απόσταση ως συνάρτηση του z. Βρείτε μία σχέση μεταξύ του ορίζοντα σωματιδίων και z, καθώς τη την τιμή του ορίζοντα σήμερα ($H_0=67$ km s^{-1} Mpc^{-1}).

(4) Θεωρείστε Σύμπαν που περιέχει μόνο μάζα και είναι επίπεδο. Δείξτε ότι η γωνιακή διάμετρος ενός αντικειμένου γραμμικής διαμέτρου D, δίνεται από τη σχέση: $\theta=\frac{H_0D}{2c}\frac{(1+z)^{3/2}}{\sqrt{1+z}-1}$. Βρείτε την τιμή του z για την οποία το θ είναι ελάχιστο. Ποια η ελάχιστη τιμή θ για σμήνος γαλαξιών για το οποίο D = 1 Mpc. ($H_0=67$ km s^{-1} Mpc^{-1}).