

## 5<sup>ο</sup> ρηγάδιο Ασκήσεων.

1. Η κρίσιμη παράμετρος πυκνότητας ορίζεται ως  $\Omega = \Omega_m + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda$ .

Δείξτε ότι:  $H(z) = H_0(1+z) \left[ \Omega_{m, \phi}(1+z) + \Omega_{rad, \phi}(1+z)^2 + \Omega_{\Lambda, \phi}(1+z)^{-2} + 1 - \Omega_0 \right]$ .

Επίσης:  $\Omega(z) = 1 - \frac{1 - \Omega_0}{\Omega_{m, \phi}(1+z) + \Omega_{rad, \phi}(1+z)^2 + \Omega_{\Lambda, \phi}(1+z)^{-2} + 1 - \Omega_0}$ .

Το συμπέρασμα βγάζεται για των "φύση" των Σωματιδίων στα πρώτα τω στάδια.

2. Δείξτε ότι:  $H(z) = - (1+z)^{-1} \frac{dz}{dt}$ . Θεωρήστε την εξίσωση των Friedmann για επίπεδο Σύμπαν με  $\Omega_{rad} \approx \phi$  (που είναι μια καλή προσέγγιση για το δικό μας Σύμπαν, σχεδόν για όλες τις χρονικές περιόδους). Δείξτε

ότι:  $\left( \frac{dz}{dt} \right)^2 = H_0^2 (1+z)^2 \left\{ (1+z)^2 (1+z - \Omega_{m, \phi}) - z(2+z) \Omega_{\Lambda, \phi} \right\}$ .

Η εξίσωση αυτή μπορεί να λυθεί αναλυτικά για να μας δώσει το  $t(z)$ , δηλαδή τον χρόνο που χρειάστηκε το φως να φτάσει σε μας από ένα γαλαξία με μετατόπιση στο ερυθρό ίση με  $z$  (ή για την "ηλικία" του Σωματιδίου, όταν  $z = \infty$ ).

3. Ο Ανοστάιν εισήγαγε την κοσμολογική σταθερά για να "ισορροπήσει" το Σύμπαν έτσι ώστε να είναι στατικό. α) Βρείτε μία σχέση μεταξύ του  $\Lambda$  και του  $\rho_m$  για Σύμπαν στατικό, που να περιέχει μόνο μάζα  $\rho_m$  &  $\Lambda$ . β) Υπολογίστε το  $k$  σ' αυτή την περίπτωση & δώστε μια εξήγηση γιατί αυτό το μαζικό είναι ασταθές.

4. Η κοσμολογική σταθερά  $\Lambda$  γίνεται υπέρτερη καθώς ο παράγοντας κλίμακας αυξάνεται, έτσι όπως γυρίζουμε το Σύμπαν σήμερα. Χρησιμοποιήστε την εξίσωση των Friedmann για να δείξετε ότι η σταθερά του Hubble όταν τείνει προς μια σταθερή τιμή, για ένα επίπεδο Σύμπαν, όταν το  $\Lambda$  υπέρτερο & υπολογίστε την (σε  $\text{km/sec/Mpc}$ ).